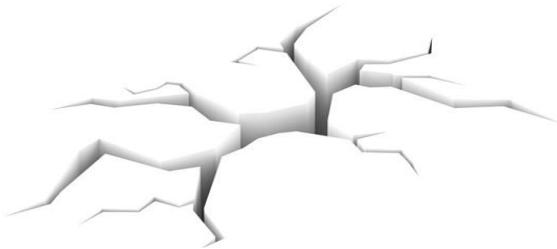


# فصلنامه مهندسی عمران و سازه

دوره ۳، شماره ۱، بهار ۱۳۹۸



## مقاله پژوهشی

### ارزیابی رفتار الاستیک دیوارهای برشی همبند

مهدی سالمی<sup>۱</sup>، محمد غلامی<sup>۲</sup>

۱- کارشناس ارشد مهندسی عمران سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یاسوج، یاسوج، ایران

اطلاعات مقاله	چکیده
تاریخچه	بر اساس پژوهش‌ها و آزمایش‌های انجام شده توسط محققان، این واقعیت پذیرفته شده که دیوارهای برشی پارامترهای سازه‌ای نظیر سختی جانبی، ظرفیت برشی و جذب انرژی قابل توجهی دارند. این دیوارها به علت جذب نیروی برشی بسیار زیاد به این نام معروف شده‌اند در حالی که تغییر شکل‌های خمشی از خود بروز می‌دهند و تنش‌های ناشی از لنگر خمشی در پای آنها بسیار قابل توجه است. حال در صورتی که دو دیوار برشی مجاور و مجزا از هم را با تیرهایی با سختی بسیار زیاد به هم‌دیگر همبند کنیم، خصوصیات مقاومتی و رفتاری این دیوارها به شدت تغییر خواهد کرد. بنابراین برای واضح شدن این موضوع، در ابتدای پژوهش حاضر روابط مربوط به تحلیل الاستیک این سیستم بر اساس روش محیط پیوسته مرور شده است. در ادامه پژوهش یک سیستم دیوار برشی همبند ۱۰ طبقه بر اساس روش محیط پیوسته تحلیل الاستیک شده و با نتایج حاصل از نرم‌افزار آباکوس مقایسه شده است. بر اساس مطالعات انجام شده، جایجایی جانبی در سیستم دیوارهای برشی همبند نسبت به مجزا کاهش و سختی جانبی افزایش می‌یابد. همچنین لنگر خمشی در دیوارهای برشی همبند نسبت به دیوارهای برشی مجزا به شدت کاهش می‌یابد ولی نیروی برشی در هر یک از دیوارها تغییری نمی‌کند اما برش‌های بسیار بزرگی در تیرهای همبند ایجاد می‌گردد که این برش‌ها به صورت نیروی محوری به دیوارها منتقل می‌شوند. در حالت کلی حضور تیرهای همبند در سیستم دیوارهای برشی مجزا باعث کاهش قابل ملاحظه‌ای تنش، در پای دیوارها می‌شود و تغییر شکل‌های جانبی ایجاد شده در دیوارها را از خمشی به سمت برشی میل می‌دهد.
دریافت: ۲۸ اردیبهشت ۱۳۹۸	کلید واژگان:
پذیرش: ۲ مرداد ۱۳۹۸	رفتار الاستیک
	آباکوس
	روش محیط پیوسته
	دیوارهای برشی همبند

نویسنده مسئول: مهدی سالمی

پست الکترونیکی: Mahdisal69@gmail.com



## ۱- مقدمه

طراحی یک سازه ایده‌آل از دیدگاه یک مهندس سازه اغلب به رفتار خوب و قابل قبول سازه تحت بارهای جانبی ناشی از زلزله و باد محدود می‌شود. در حالی که طراحی سازه و انتخاب سیستم مناسب سازه‌ای، به شدت متأثر از طراحی و ایده‌های مهندس معمار است. در واقع در خلق و به وجود آمدن ابر ساختمان‌های بزرگ در دنیا ابتدا از نظر و طراحی مهندسان معمار ایده‌سازی شده و سپس انتخاب سیستم سازه‌ای مناسب و کارآمد برای ساختمان مورد نظر توسط مهندسین سازه بررسی می‌شود. با توجه به موضوع مطرح شده یکی از بهترین سیستم‌های سازه‌ای از دیدگاه مهندسان معمار استفاده از قاب خمشی می‌باشد. زیرا سیستم قاب خمشی هیچ محدودیتی از لحاظ ابعاد و اندازه‌های مورد نظر معمaran ایجاد نمی‌کند. همچنین دست مهندسان معمار برای جایگذاری درها و پنجره‌های ساختمان آزاد است. ولی از دیدگاه مهندسان سازه، استفاده از سیستم قاب خمشی و کنترل دریفت طبقات تحت اثر نیروهای جانبی در سازه‌های آزاد است. بلند مرتبه ممکن است غیر اقتصادی و یا با مشکلات اجرائی در محل اتصالات مواجه باشد. استفاده از دیوارهای برشی، سختی جانبی سیستم‌های سازه‌ای را به شدت افزایش می‌دهد و با این افزایش سختی، دریفت طبقات را می‌توان کنترل نمود و پارامترهای سازه‌ای مورد نظر مهندسین سازه را برطرف کرد. البته دیوارهای برشی ممکن است مشکلاتی را برای طراحی معماري ساختمان نظیر جایگذاری درها و پنجره‌ها و یا مباحث مریبوط به نور ساختمان ایجاد نمایند که در این صورت مبحث دیوارهای برشی همبند مطرح می‌گردد.

منظور از دیوارهای برشی همبند حضور پنجه و یا درب در محل قرارگیری دیوار برشی می‌باشد. لذا به بیان بهتر دو دیوار جداگانه تشکیل می‌شود که با یک تیر عمیق به یکدیگر متصل شده‌اند. رفتار چنین دیوارهایی به شدت به ابعاد و محل قرارگیری بازشوها بستگی دارد. گاه ممکن است این بازشوها به قدری کوچک باشند که در رفتار دیوارها تاثیری نداشته باشند و بسته به شرایط ممکن است محل قرارگیری آنها در دیوارها نامنظم بوده که بیشترین تاثیر را خواهند گذاشت. در صورتی که دیوارهای برشی با اعضاء مقاوم به یکدیگر متصل گردد، دیوارهای برشی همبند<sup>۱</sup> و به قسمت باقی مانده دیوارها که در بالای بازشوها به صورت یک تیر عمل می‌کند، تیر همبند<sup>۲</sup> گفته می‌شود<sup>[۱]</sup>.

به طور کلی دیوارهای برشی همبند از دو دیدگاه متفاوت مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند:

(۱) استفاده از یک تک دیوار برشی با طول طراحی زیاد که ممکن است با مباحث معماري ساختمان هماهنگی نداشته باشد که در این صورت بازشوها ای در ارتفاع دیوار برشی برای رفع مشکلات معماري ایجاد می‌کنند و این موضوع مورد پسند مهندسان معمار است در حالی که با ایجاد بازشوها ای در ارتفاع دیوار برشی قطعاً سختی و ظرفیت برشی آن نسبت به حالت بدون بازشو کاهش یافته و نیاز به ملاحظات ویژه‌ای دارد.

(۲) استفاده از دو دیوار برشی مجاور و مجزا از هم با طول طراحی کم که می‌توان با تیرهایی با سختی بسیار زیاد به همدیگر همبند کرد. در این صورت سختی جانی دیوارهای برشی همبند قطعاً از مجموع سختی دو دیوار برشی مجزا بیشتر است که این خود یک نوع سیستم سازه‌ای جدید است و نیاز به بررسی‌های تخصصی دارد و این موضوع مورد پسند مهندسان سازه است. رفتار دیوارهای برشی همبند شدیداً متأثر از رفتار تیرهای همبند است و رفتار تیرهای همبند به هندسه تیرها و خصوصیات مقاومت مصالح به کار برده شده بستگی دارد. با همبند کردن دیوارهای برشی می‌توان رفتار لرزه‌ای این سیستم را تغییر داد به گونه‌ای که تیرهای همبند به صورت گسترده به عنوان المان بهبود دهنده رفتار سازه از منظر جذب انرژی و تغییرشکل، در نظر گرفته می‌شود<sup>[۲]</sup>.

مطابق شکل ۱ با همبند کردن دیوارهای برشی، لنگر خمشی در دیوارها به شدت کاهش می‌یابد ولی نیروی برشی تغییری نمی‌کند اما نیروهای برشی بسیار بزرگی در تیرهای همبند ایجاد می‌گردد که این برش‌ها به صورت نیروی محوری به دیوارهای طرفین منتقل می‌شوند (این بحث به صورت تخصصی در ادامه پژوهش حاضر بررسی می‌شود). در حالت کلی حضور تیرهای همبند در سیستم دیوارهای برشی باعث کاهش قابل ملاحظه‌ای تنش، در پای دیوارها می‌شود. از مهمترین اهداف همبند کردن دیوارهای برشی، کنترل تغییر شکل‌های نسبی بین طبقه‌ای<sup>۳</sup> در سازه‌ها است. به عبارت دیگر، دیوارهای همبند، قابلیت توزیع تغییر شکل‌های پلاستیک را در پلان و

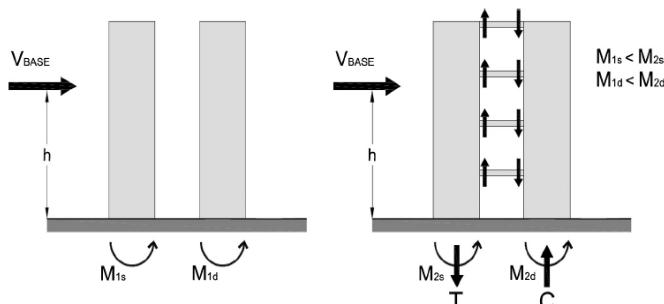
1. Coupled Shear Walls

2. Coupled Beam

3. Drift



ارتفاع ساختمان دارند. علاوه بر آن در دیوارهای همبند، نیروهای برکنش پای سطون‌ها کنترل بیشتری خواهند داشت و همچنین در صورت استفاده از سیستم دیوارهای برشی همبند، وزن سازه ۱۵-۴۰٪ نسبت به همتای مجزای خود کاهش پیدا می‌کند [۳, ۴, ۵].



شکل ۱. مقایسه نیروهای ایجاد شده در دیوارهای برشی، مجزا و همبند [۳]

## ۲- مروری بر رفتار الاستیک سیستم دیوارهای برشی همبند بر اساس روش محیط پیوسته

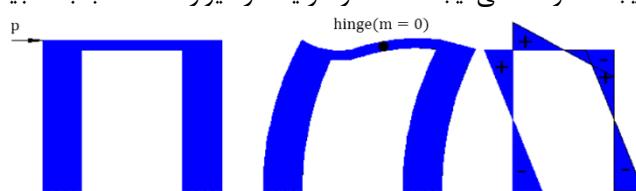
این روش تقریبی ضمن فراهم آوردن امکان نگرش جامع به رفتار سازه‌های دیوار برشی همبند، ابزاری برای بررسی کیفی و کمی اثرات دیوارها و تیرهای همبند، بر نیروهای مقاوم در برابر بارهای جانبی اعمالی بر سازه می‌باشد.

### ۲-۱- فرضیات ساده کننده برای حل مسئله

(۱) مشخصات دیوارها و تیرهای همبند در ارتفاع تغییر نکرده و ارتفاع طبقات یکسان است.

(۲) مقاطع صفحه‌ای تمام اعضاء سازه، قبل از خمش و پس از آن به صورت صفحه‌ای باقی می‌مانند.

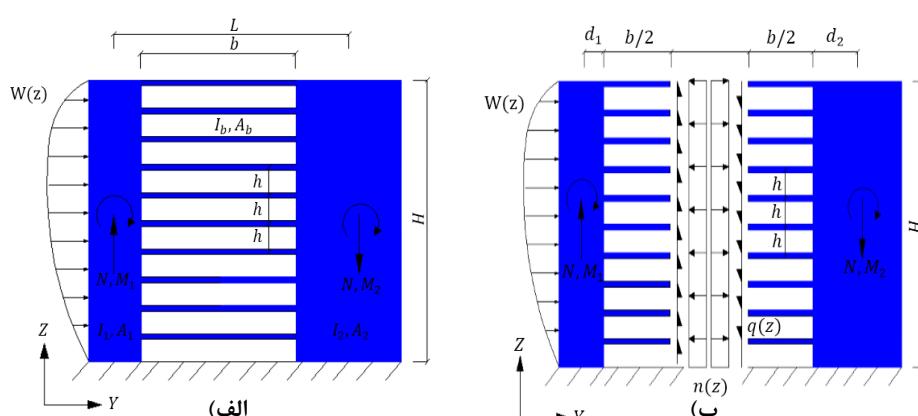
(۳) تغییر مکان افقی در دیوارها به دلیل زیاد بودن صلبیت در صفحه و سختی محوری تیرهای همبند یکسان است، لذا شبیه ایجاد شده در هر ترازی از ارتفاع دیوارها برابر می‌باشند. بنابراین با توجه به این فرض و با به کارگیری مستقیم روابط شبیه-تغییر مکان، مطابق شکل ۱ می‌توان نشان داد که نقاط عطف خمشی در وسط تیرهای همبند وجود دارند. همچنین با استناد به این فرضیه، انحنای دیوارها در تمام ارتفاع یکسان است و در نتیجه لنگر خمشی ایجاد شده در هر یک از دیوارها متناسب با صلبیت خمشی آنها خواهد بود.



شکل ۱. تغییر شکل‌های ایجاد شده در سیستم دیوار برشی همبند و نمایش نقطه عطف لنگر خمشی (مفصل خمشی) در وسط تیر همبند

### ۲-۲- معادله دیفرانسیل حاکم بر مدل

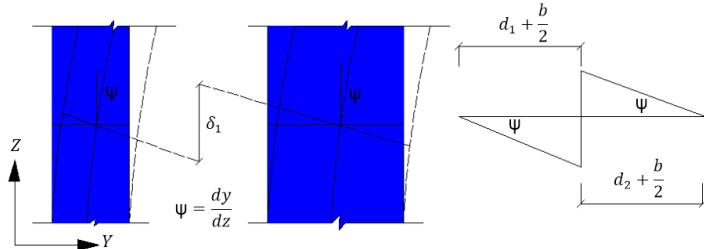
با استناد به فرضیه شماره ۳-۱-۲ می‌توان وسط تیرهای همبند را در ارتفاع سیستم مورد نظر مطابق شکل ۲ از هم جدا نمود و با فرض صفر بودن لنگر خمشی در این نقاط و معادل‌سازی نیروی‌های محوری و برشی در تیرهای همبند با توزیع یکپارچه معادل به شدت‌های  $n$  و  $q$  و بهره‌گیری از روش کار مجازی با فرض تغییر شکل‌های ارائه شده، معادله دیفرانسیل این سیستم را اثبات کرد.



شکل ۲. دیوارهای برشی همبند: (الف) معرفی پارامترهای مورد نیاز، (ب) توزیع یکپارچه معادل نیروهای برشی و محوری در تیرهای همبند



۱) چرخش مقطع دیوارهای برشی در اثر لنگر خمشی: دیوارهای برشی در اثر لنگر خمشی ایجاد شده ناشی از بارگذاری سیستم تغییر مکان جانبی داده و در مقطع آنها چرخش ایجاد می‌شود که موجب ایجاد تغییر شکل‌های قائم در وسط تیرهای همبند می‌گردد. بنابراین تغییر شکل<sub>۱</sub> مطابق شکل ۳ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

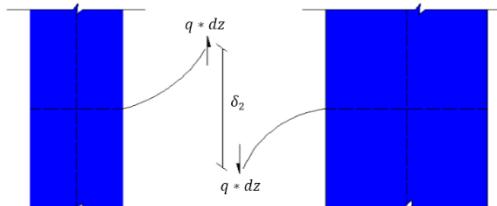


شکل ۳. چرخش مقطع دیوارهای برشی در اثر لنگر خمشی

$$\delta_1 = \left(\frac{b}{2} + d_1\right) \frac{dy}{dz} + \left(\frac{b}{2} + d_2\right) \frac{dy}{dz} = L \frac{dy}{dz} \quad (1)$$

در رابطه بالا،  $\frac{dy}{dz}$  شیب محور مرکز دیوار در تراز Z و ناشی از اثرات ترکیب خمشها است و مقادیر b, L, d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub> در شکل ۲ نشان داده شده است.

۲) تغییر شکل‌های خمشی و برشی در تیرهای همبند در اثر جریان برش: برای در نظر گرفتن اثر تغییر شکل‌های خمشی و برشی در تیرهای همبند می‌توان تیرهای همبند را مطابق شکل ۴ همانند یک تیر طره تحت بارگذاری q \* dz در نظر گرفت که q در نظر گرفته می‌شود. یکپارچه معادل در مرکز تیرهای همبند و dz سهم هر یک از تیرهای می‌باشد و مطابق شکل ۲ برابر با فاصله مرکز تا مرکز تیرهای (h) در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۴. تغییر شکل‌های خمشی و برشی در تیرهای همبند در اثر جریان برش

با استفاده از روش کار واحد تغییر شکل‌های ناشی از لنگر خمشی در تیرهای همبند برابر است:

$$\delta_{2,bending} = 2 \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{(-q \cdot dz \cdot x)(x)}{EI} dx = \frac{-qb^3 dz}{12EI_b} \quad (2)$$

مطابق شکل ۴ به منظور در نظر گرفتن مجموع تغییر شکل‌های ناشی از خمش در تیرهای همبند سمت چپ و راست، عدد ۲ پشت انتگرال ضرب شده است. همچنین E مدول الاستیسیته مصالح و I<sub>b</sub> ممان اینرسی هر یک از تیرهای همبند حول محور خمش می‌باشدند. و تغییر شکل‌های ناشی از نیروی برشی در تیرهای همبند برابر است:

$$\delta_{2,shear} = 2 \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{(-q \cdot dz)(1)}{\alpha GA} dx = \frac{-qbdz}{\alpha G A_b} \quad (3)$$

مطابق شکل ۴ به منظور در نظر گرفتن مجموع تغییر شکل‌های ناشی از برش در تیرهای همبند سمت چپ و راست، عدد ۲ پشت انتگرال ضرب شده است. همچنین A<sub>b</sub> و α به ترتیب سطح مقطع هر یک از تیرهای همبند و ضریب شکل برشی مقطع می‌باشد که برای مقاطع مستطیلی برابر با  $\frac{5}{6}$  در نظر گرفته می‌شود و G مدول برشی مصالح است.

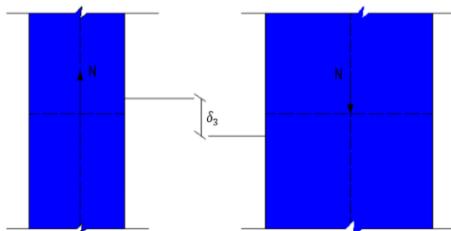
بنابراین با جمع زدن دو رابطه ۲ و ۳ و ساده‌سازی این روابط، δ<sub>2</sub> برابر است با:

$$\delta_2 = \frac{-qb^3 h}{12EI_e} \quad , I_e = \frac{I_b}{1+r} \quad , r = \frac{14.4EI_b}{b^2GA_b} \quad , q = \frac{-dN}{dZ} \quad (4)$$



$N$  در رابطه ۴، نیروی محوری در هر یک از دیوارهای برشی می‌باشد و مطابق شکل ۲ تغییرات نیروی محوری در ارتفاع دیوارهای برشی برابر با برش معادل یکپارچه در وسط تیرهای همبند است.

۳) تغییر شکل‌های محوری دیوارها در اثر نیروی محوری  $N$ : در اثر نیروی‌های برشی ایجاد شده در تیرهای همبند، در دیوار برشی سمت چپ نیروی محوری کششی و در دیوار برشی سمت راست نیروی محوری فشاری قابل توجهی ایجاد می‌گردد که موجب تغییر شکل‌های محوری می‌شود و تاثرات مستقیم بر روی تغییر مکان‌های قائم در وسط تیرهای همبند می‌گذارد. بنابراین تغییر شکل ۳ مطابق شکل ۵ و بر اساس روابط مقاومت مصالح به صورت رابطه ۵ محاسبه شده است.



شکل ۵. تغییر شکل‌های محوری دیوارها در اثر نیروی محوری ایجاد شده ناشی از جریان برش در تیرهای همبند

$$\delta_3 = -\frac{1}{E} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \int_0^z N dz \quad (5)$$

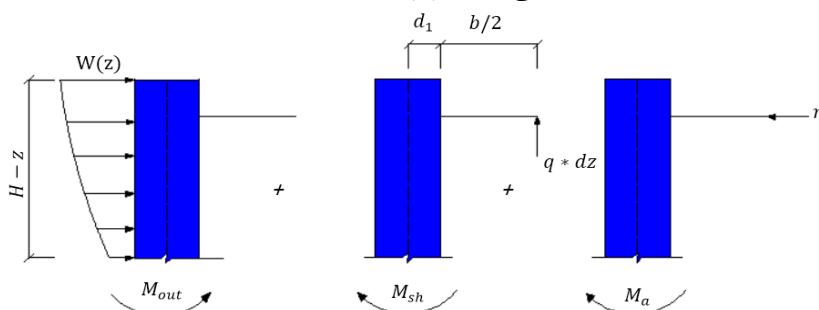
در رابطه ۵،  $A_1, A_2$  مطابق شکل ۲ برابر با سطح مقطع دیوارهای برشی سمت چپ و راست است و مقدار متغیر  $Z$  بیانگر ارتفاع دیوارها از کف می‌باشد.

حال در سازه تغییر شکل یافته اولیه، در مسیر نقاط عطف خمش در تیرهای همبند نمی‌تواند هیچ تغییر مکان قائمی وجود داشته باشد. در نتیجه، شرایط سازگاری قائم در این موقعیت ایجاب می‌کند که رابطه زیر برقرار باشد.

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0 \quad (6)$$

$$L \frac{dy}{dz} + \frac{b^3 h}{12 EI_e} \frac{dN}{dz} - \frac{1}{E} \left( \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \int_0^z N dz = 0 \quad (7)$$

حال با در نظر گرفتن خمش آزاد ناشی از بارگذاری خارجی ( $M_{out}$ ) و خمش معکوس ناشی از برش‌ها و نیروهای محوری تیرهای همبند ( $M_a$  و  $M_{sh}$ ) مطابق شکل ۶ برای دیوار برشی سمت چپ، روابط لنگر-انحناء در هر تراز برابر است با:

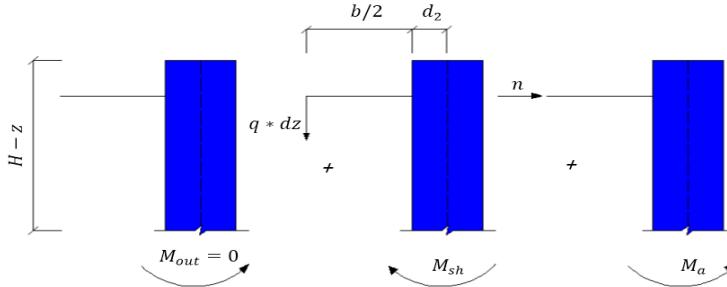


شکل ۶. خمش آزاد ناشی از بارگذاری خارجی و خمش معکوس ناشی از برش‌ها و نیروهای محوری تیرهای همبند در دیوار برشی سمت چپ

$$EI_1 \frac{d^2 y}{dz^2} = M_{out} - M_{sh} - M_a = M_{out} - \left( \frac{b}{2} + d_1 \right) \int_z^H q dz - M_a \quad (8)$$

در رابطه ۸،  $I_1$  مطابق شکل ۲ ممان اینرسی دیوار برشی سمت چپ حول محور خمش می‌باشد.

و برای دیوار برشی سمت راست مطابق شکل ۷ روابط لنگر-انحناء در هر تراز برابر است با:



شکل ۷. خمش آزاد ناشی از بارگذاری خارجی و خمش معکوس ناشی از برش‌ها و نیروهای محوری تیرهای همبند در دیوار برشی سمت راست

$$EI_2 \frac{d^2y}{dz^2} = M_{out} - M_{sh} - M_a = -\left(\frac{b}{2} + d_2\right) \int_z^H q dz + M_a \quad (9)$$

توجه شود که دیوار برشی سمت راست هیچگونه بارگذاری خارجی نداشته و  $M_{out}$  برابر با صفر است و  $I_2$  مطابق شکل ۲ برابر با ممان اینرسی دیوار برشی سمت راست حول محور خمش می‌باشد.

حال با جمع کردن دو طرف مساوی معادله‌های ۸ و ۹،  $M_a$  از معادلات حذف شده و با استفاده از رابطه ۱۰ معادله  $N = \int_z^H q dz$  مطابق شکل ۲ می‌گیرد.

$$E(I_1 + I_2) \frac{d^2y}{dz^2} = M_{out} - L \int_z^H q dz = M_{out} - L \cdot N \quad (10)$$

در رابطه ۱۰، مقدار  $L$  مطابق شکل ۲ برابر با فاصله مرکز تا مرکز دیوارهای برشی و  $N$  نیروی محوری ایجاد شده در هر یک از دیوارها می‌باشد و سایر پارامترهای مورد نیاز دیگر به طور کامل معرفی گردیده‌اند.

حال با مشتق‌گیری از رابطه ۷ نسبت به  $Z$  و ترکیب آن با رابطه ۱۰ انحنای  $\frac{d^2y}{dz^2}$  از معادلات حذف شده و معادله نهایی ۱۱ ایجاد خواهد شد.

$$\frac{d^2N}{dz^2} - (k\alpha)^2 N = -\frac{\alpha^2}{L} M_{out}, \quad \alpha^2 = \frac{12I_e L^2}{b^3 h I}, \quad k^2 = 1 + \frac{AI}{A_1 A_2 L^2}, \quad I = I_1 + I_2, \quad A = A_1 + A_2 \quad (11)$$

رابطه فوق معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار دیوارهای برشی همبند، بر حسب نیروی محوری ( $N$ ) است.

حال با حذف نیروی محوری  $N$  از روابط ۷ و ۱۰ خواهیم داشت:

$$\frac{d^4y}{dz^4} - (k\alpha)^2 \frac{d^2y}{dz^2} = \frac{1}{EI} \left( \frac{d^2M_{out}}{dz^2} - (k\alpha)^2 \frac{k^2 - 1}{k^2} M_{out} \right) \quad (12)$$

رابطه فوق معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار دیوارهای برشی همبند، بر حسب تغییر مکان جانبی دیوارهای برشی ( $y$ ) است.

۲-۳- روابط مربوط به گردش نیروها در سیستم دیوارهای برشی همبند تحت بار متتمرکز جانبی  $p$  در بالای دیوارها با در نظر گرفتن بار متتمرکز  $p$  در بالای سیستم دیوارهای برشی همبند، مقدار لنگر خمشی ایجاد شده در اثر بارگذاری خارجی ( $M_{out}$ ) برابر است با:

$$M_{out} = p(H - z) \quad (13)$$

حال با در نظر گرفتن رابطه ۱۳، معادله دیفرانسیل ۱۱ به شکل زیر اصلاح می‌شود.

$$\frac{d^2N}{dz^2} - (k\alpha)^2 N = -\frac{\alpha^2}{L} p(H - z) \quad (14)$$

معادله دیفرانسیل فوق، یک معادله درجه دو از نوع معادلات غیرهمگن با ضرایب ثابت می‌باشد و برای به دست آوردن ثابت‌های قسمت همگن (جواب عمومی) نیازمند دو شرط مرزی است که عبارتند از:

$$N(H) = 0, \quad q = -\frac{dN}{dz}(0) = 0 \quad (15)$$

شرط مرزی فوق بیانگر این است که نیروی محوری در انتهای دیوارهای برشی به صفر می‌رسد و همچنین جریان برش در تیرهای همبند که برابر با تغییرات نیروی محوری در ارتفاع دیوارهای برشی است، در ابتدای دیوارها برابر با صفر است.

بنابراین با حل معادله دیفرانسیل و اعمال شرایط مرزی، نیروی محوری ایجاد شده در دیوارهای برشی به صورت کششی در دیوار سمت چپ و به صورت فشاری در دیوار سمت راست برابر است با:



$$N(z) = \frac{pH}{k^2 L} \left\{ \left(1 - \frac{z}{H}\right) - \frac{1}{k\alpha H \cosh(k\alpha H)} \sinh(k\alpha H - k\alpha z) \right\} \quad (16)$$

و به همین ترتیب جریان برش در تیرهای همبند طبق رابطه  $q = \frac{-dN}{dz}$  برابر است با:

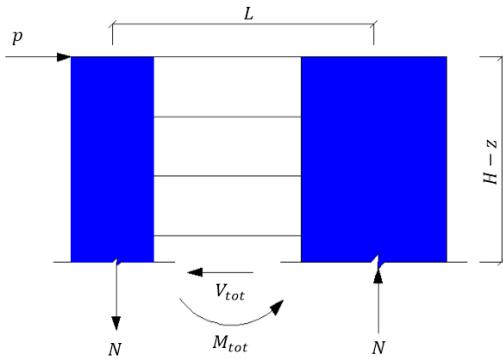
$$q(z) = \frac{p}{k^2 L} \left\{ 1 - \frac{\cosh(k\alpha H - k\alpha z)}{\cosh(k\alpha H)} \right\} \quad (17)$$

و در نهایت سهم نیروی برشی و همچنین لنگر خمشی ایجاد شده بر اساس نقطه عطف خمن، در هر یک از تیرهای همبند به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$v_i = \int_{z_i-h/2}^{z_i+h/2} q(z) dz = \frac{p}{k^2 L} \int_{z_i-h/2}^{z_i+h/2} \left\{ 1 - \frac{\cosh(k\alpha H - k\alpha z)}{\cosh(k\alpha H)} \right\} dz \quad (18)$$

$$M_i = v_i * b/2 \quad (19)$$

در رابطه ۱۸، مقدار  $z_i$  از نقطه شروع دیوارهای برشی تا مرکز تیر همبند طبقه  $i$  ام در نظر گرفته می‌شود. تا کنون روند محاسبه نیروی برشی و لنگر خمشی در تیرهای همبند و همچنین معادله نیروی محوری در هر یک از دیوارهای برشی ارائه گردیده است. حال برای محاسبه معادله لنگر خمشی در دیوارهای برشی مطابق شکل ۸ به صورت زیر عمل می‌کنیم.



شکل ۸. دیاگرام آزاد سیستم دیوارهای برشی همبند تحت بار متتمرکز

$$\sum M = 0 \rightarrow -p(H-z) + NL + M_{tot} = 0 \rightarrow M_{tot} = p(H-z) - NL \quad (20)$$

حال به صورت عملکرد موازی فنرها می‌توان لنگر خمشی کل ( $M_{tot}$ ) را بر اساس سختی دیوارهای برشی توزیع نمود.

$$M_1 = \frac{I_1}{I} M_{tot}, \quad M_2 = \frac{I_2}{I} M_{tot} \quad (21)$$

مقادیر  $I_1$  و  $I_2$  همانند آنچه در شکل ۲ نشان داده شده است، ممان اینرسی دیوارهای برشی سمت چپ و راست حول محور خمش و مقدار  $I$  برابر با حاصل جمع این دو می‌باشد.

بنابراین با ترکیب روابط ۱۶، ۲۰ و ۲۱ معادله لنگر خمشی ایجاد شده در هر یک از دیوارهای برشی برابر است با:

$$M_1 = \frac{I_1}{I} PH \left\{ \left(1 - \frac{z}{H}\right) - \frac{F^*}{K^2} \right\} \quad M_2 = \frac{I_2}{I} PH \left\{ \left(1 - \frac{z}{H}\right) - \frac{F^*}{K^2} \right\} \quad (22)$$

$$F^* = \left(1 - \frac{z}{H}\right) - \frac{1}{k\alpha H \cosh(k\alpha H)} \sinh(k\alpha H - k\alpha z)$$

معادله نیروی برشی در کل دیوارهای همبند را می‌توان توسط نوشتن تعادل استاتیکی در یک جزء دیفرانسیل از دیوارها و ساده‌سازی آن به دست آورد و سپس بر اساس سختی هر یک از آنها توزیع نمود. بنابراین بر اساس مبحث ذکر شده، معادله نیروی برشی در هر یک

$$V_1 = \left\{ \frac{I_1}{I} L - \frac{b}{2} - d_1 \right\} \frac{dN}{dz} - \frac{I_1}{I} \frac{dM_{out}}{dz} \quad (23)$$

$$V_2 = \left\{ \frac{I_2}{I} L - \frac{b}{2} - d_2 \right\} \frac{dN}{dz} - \frac{I_2}{I} \frac{dM_{out}}{dz}$$

از دیوارها برابر است با:



در رابطه ۲۳،  $M_{out}$  تحت بارگذاری حاضر برابر با رابطه ۱۳ و  $\frac{dN}{dz}$  برابر با منفی رابطه ۱۷ در نظر گرفته می‌شود. توجه شود در صورتی که طول دیوارهای برشی همبند با همدیگر برابر باشند جمله اول معادله ۲۳ صفر شده و نیروی برشی ایجاد شده در دیوارها که برابر با تغییرات لنگر خمی ناشی از بارگذاری خارجی نسبت به ارتفاع است، بر اساس سختی دیوارها توزیع می‌شود. حال نوبت به معادله تغییر شکل جانبی این سیستم می‌رسد. با توجه به روابط ۱۲ و ۱۳، معادله دیفرانسیل این سیستم تحت بار متتمرکز  $p$  بر حسب متغیر  $Z$  به صورت زیر است.

$$\frac{d^4y}{dz^4} - (k\alpha)^2 \frac{d^2y}{dz^2} = \frac{-p}{EI} (k\alpha)^2 \frac{k^2 - 1}{k^2} (H - z) \quad (24)$$

معادله دیفرانسیل فوق، یک معادله درجه چهار از نوع معادلات غیرهمگن با ضرائب ثابت می‌باشد و برای به دست آوردن ثابت‌های قسمت همگن (جواب عمومی) نیازمند چهار شرط مرزی است که عبارتند از:

$$\begin{aligned} y(0) &= 0 & \frac{dy}{dz}(0) &= 0 & EI \frac{d^2y}{dz^2}(H) &= 0 \\ \frac{d^3y}{dz^3}(H) - (k\alpha)^2 \frac{dy}{dz}(H) &= \frac{-p}{EI} \left\{ 1 + \frac{1}{2} H^2 \alpha^2 (k^2 - 1) \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

شرایط مرزی ارائه شده بیانگر گیردار بودن اتصال پای دیوارهای برشی می‌باشد و بنابراین تغییر مکان و شیب در پای هر یک از دیوارها صفر است. همچنین لنگر خمی در انتهای دیوارها به صفر می‌رسد و برای شرط مرزی چهارم کافی است با جایگذاری مقادیر  $N$  و  $\frac{dN}{dz}$  حاصل از رابطه ۱۰ در رابطه سازگاری ۷، شرط مرزی مورد نیاز را تابعی از  $y$  به دست آورد.

بنابراین با حل معادله دیفرانسیل و اعمال شرایط مرزی فوق، معادله تغییر شکل جانبی سیستم دیوارهای برشی همبند به صورت زیر است:

$$y(z) = \frac{pH^3}{3EI} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \frac{k^2 - 1}{k^2} \right] \left[ 3\left(\frac{z}{H}\right)^2 - \left(\frac{z}{H}\right)^3 \right] + \frac{3}{k^2} \left[ \frac{1}{(k\alpha H)^2} \frac{z}{H} - \frac{\sinh(k\alpha H) - \sinh(k\alpha H - k\alpha z)}{(k\alpha H)^3 \cosh(k\alpha H)} \right] \right\} \quad (26)$$

با کمی توجه در معادله فوق، فرم  $\frac{pH^3}{3EI}$  دیده می‌شود که همانند تغییر شکل ایجاد شده در انتهای تیر طره در اثر اعمال بار متتمرکز  $p$  است.

۴-۲- روابط مربوط به گردش نیروها در سیستم دیوارهای برشی همبند تحت بار گستردگی غیریکنواخت مثلثی وارونه به شدت با در نظر گرفتن بار گستردگی غیریکنواخت مثلثی وارونه در سیستم دیوارهای برشی همبند، مقدار لنگر خمی ایجاد شده در اثر بارگذاری خارجی ( $M_{out}$ ) برابر است با:

$$M_{out} = \frac{1}{6} q(H - z)^2 (2 + \frac{z}{H}) \quad (27)$$

بنابراین با در نظر رابطه ۲۷، معادله دیفرانسیل ۱۱ به شکل زیر اصلاح می‌شود.

$$\frac{d^2N}{dz^2} - (k\alpha)^2 N = -\frac{q\alpha^2}{6L} (H - z)^2 (2 + \frac{z}{H}) \quad (28)$$

با حل معادله دیفرانسیل فوق و اعمال شرایط مرزی ذکر شده در قسمت ۳-۲، نیروی محوری ایجاد شده به صورت کششی در دیوار

سمت چپ و به صورت فشاری در دیوار سمت راست برابر است با:

$$N(z) = \frac{qH^2}{k^2 L} \left\{ \frac{\left[ \sinh(k\alpha H) - \frac{k\alpha H}{2} + \frac{1}{k\alpha H} \right]}{(k\alpha H)^2 \cosh(k\alpha H)} \sinh(k\alpha H - k\alpha z) \right. \quad (29)$$

$$\left. - \frac{1}{(k\alpha H)^2} \cosh(k\alpha H - k\alpha z) + \frac{1}{2} (1 - \frac{z}{H})^2 - \frac{1}{6} (1 - \frac{z}{H})^3 + \frac{1}{(k\alpha H)^2} (\frac{z}{H}) \right\}$$

و به همین ترتیب جریان برش در تیرهای همبند طبق رابطه  $q = \frac{-dN}{dz}$  برابر است با:

$$\begin{aligned} q(z) &= \frac{qH}{k^2 L} \left\{ \frac{\left[ \sinh(k\alpha H) - \frac{k\alpha H}{2} + \frac{1}{k\alpha H} \right]}{(k\alpha H) \cosh(k\alpha H)} \cosh(k\alpha H - k\alpha z) \right. \quad (30) \\ &\quad \left. - \frac{1}{(k\alpha H)} \sinh(k\alpha H - k\alpha z) + (1 - \frac{z}{H}) - \frac{1}{2} (1 - \frac{z}{H})^2 - \frac{1}{(k\alpha H)^2} \right\} \end{aligned}$$

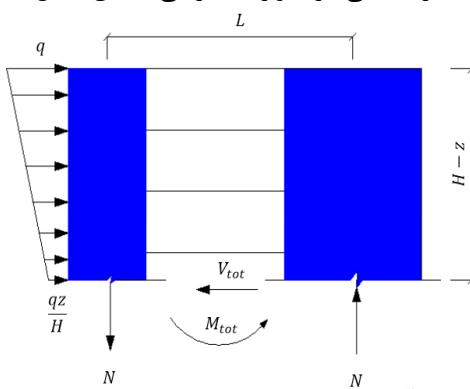


و در نهایت سهم نیروی برشی و همچنین لنگر خمی ایجاد شده بر اساس نقطه عطف خمن، در هر یک از تیرهای همبند به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} v_i &= \int_{z_i-h/2}^{z_i+h/2} q(z) dz = \frac{qH}{k^2 L} \int_{z_i-h/2}^{z_i+h/2} \left\{ \frac{\sinh(k\alpha H) - \frac{k\alpha H}{2} + \frac{1}{k\alpha H}}{(k\alpha H) \cosh(k\alpha H)} \cosh(k\alpha H - k\alpha z) - \frac{1}{(k\alpha H)} \sinh(k\alpha H - k\alpha z) \right. \\ &\quad \left. + (1 - \frac{z}{H}) - \frac{1}{2}(1 - \frac{z}{H})^2 - \frac{1}{(k\alpha H)^2} \right\} dz \\ M_i &= v_i * b/2 \end{aligned} \quad (31)$$

(۱۹) تکراری

در رابطه ۳۱، مقدار  $Z_i$  از نقطه شروع دیوارهای برشی تا مرکز تیر همبند طبقه  $i$  ام در نظر گرفته می‌شود. تا کنون روند محاسبه نیروی برشی و لنگر خمی در تیرهای همبند و همچنین معادله نیروی محوری در هر یک از دیوارهای برشی را ائمه گردیده است. حال برای محاسبه معادله لنگر خمی در دیوارهای برشی مطابق شکل ۹ به صورت زیر عمل می‌کنیم.



شکل ۹. دیاگرام آزاد سیستم دیوارهای برشی همبند تحت بار گسترده

$$\begin{aligned} \sum M &= 0 \rightarrow -\frac{qz}{H}(H-z)\frac{(H-z)}{2} - \left(q - \frac{qz}{H}\right)\frac{(H-z)}{2}\frac{2}{3}(H-z) + NL + M_{tot} = 0 \\ M_{tot} &= \frac{qz(H-z)^2}{H} + \frac{1}{3}\left(q - \frac{qz}{H}\right)(H-z)^2 - NL \end{aligned} \quad (32)$$

حال مطابق روال قبل بر اساس روابط ۲۹، ۲۱ و ۳۲ معادله لنگر خمی ایجاد شده در هر یک از دیوارهای برشی برابر است با:

$$M_1 = \frac{I_1}{I} \left( \frac{1}{6} q H^2 \right) \left[ \left(1 - \frac{z}{H}\right)^2 \left(2 + \frac{z}{H}\right) - 6 \frac{F^*}{k^2} \right] \quad M_2 = \frac{I_2}{I} \left( \frac{1}{6} q H^2 \right) \left[ \left(1 - \frac{z}{H}\right)^2 \left(2 + \frac{z}{H}\right) - 6 \frac{F^*}{k^2} \right] \quad (33)$$

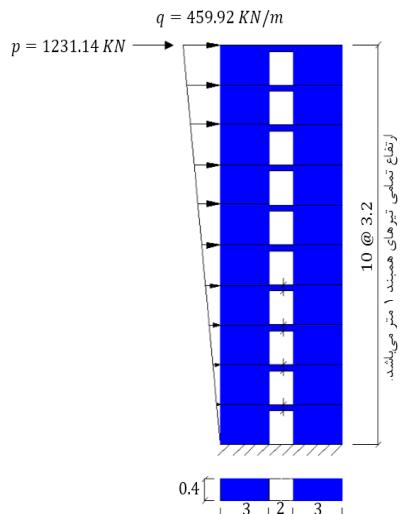
$$F^* = \left\{ \frac{\left[ \sinh(k\alpha H) - \frac{k\alpha H}{2} + \frac{1}{k\alpha H} \right]}{(k\alpha H)^2 \cosh(k\alpha H)} \sinh(k\alpha H - k\alpha z) - \frac{1}{(k\alpha H)^2} \cosh(k\alpha H - k\alpha z) \right. \\ \left. + \frac{1}{2}(1 - \frac{z}{H})^2 - \frac{1}{6}(1 - \frac{z}{H})^3 + \frac{1}{(k\alpha H)^2} \left(\frac{z}{H}\right) \right\}$$

حال نوبت به معادله تغییر شکل جانبی این سیستم می‌رسد. با توجه به رابطه ۱۲، ۲۷ و اعمال شرایط مرزی ارائه شده در رابطه ۲۵ و حل معادله دیفرانسیل حاکم، معادله تغییر شکل جانبی سیستم دیوارهای برشی همبند به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} y(z) &= \frac{1}{2} \frac{q H^4}{EI} \left\{ \frac{1}{60} \left[ \frac{k^2 - 1}{k^2} \right] \left[ 20 \left(\frac{z}{H}\right)^2 - 10 \left(\frac{z}{H}\right)^3 + \left(\frac{z}{H}\right)^5 \right] + \frac{1}{k^2 (k\alpha H)^2} \left\{ \left[ 1 - \frac{2}{(k\alpha H)^2} \right] \left(\frac{z}{H}\right) - \frac{1}{3} \left(\frac{z}{H}\right)^3 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{(k\alpha H)^2 \cosh(k\alpha H)} \left[ \cosh(k\alpha z) - 1 + \left(\frac{1}{k\alpha H} - \frac{k\alpha H}{2}\right) (\sinh(k\alpha H) - \sinh(k\alpha H - k\alpha z)) \right] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$



۳- محاسبه و بررسی گردش نیروها در سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه تمامی روابط مربوط به تحلیل الاستیک دیوارهای برشی همبند بر اساس روش محیط پیوسته در بخش ۲ ارائه گردید. حال نوبت آن رسیده که با استناد به این روابط، گردش نیروهای یک نمونه سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه را تحت شرایط بارگذاری نشان داده شده در شکل ۱۰ بررسی و سپس سازه مورد نظر را در نرم افزار آباکوس که بر اساس روش اجزاء محدود استوار است مدل سازی و نتایج حاصل از این دو روش را با همدیگر مقایسه کنیم.



شکل ۱۰. سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه

مدول الاستیسیته و مدول برشی مصالح به کار رفته و پارامترهای هندسی مورد نیاز بر اساس روابط ارائه شده در قسمت ۲ برابرند با:

$$E_c = 2.651 * 10^7 \frac{kN}{m^2}, G_c = 1.152 * 10^7 \frac{kN}{m^2}$$

$$\begin{cases} I_1 = I_2 = \frac{0.4 * 3^3}{12} = 0.9 m^4 \rightarrow I = 1.8 m^4 \\ A_1 = A_2 = 0.4 * 3 = 1.2 m^2 \rightarrow A = 2.4 m^2 \\ I_b = \frac{0.4 * 1^3}{12} = 0.0333 m^4 \\ A_b = 0.4 * 1 = 0.4 m^2 \end{cases}$$

$$r = \frac{14.4 * 2.651 * 10^7 * 0.0333}{2^2 * 1.152 * 10^7 * 0.4} = 0.689$$

$$I_e = \frac{0.0333}{1 + 0.689} = 0.0197 m^4$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{12 * 0.0197 * 5^2}{2^3 * 3.2 * 1.8}} = 0.358$$

$$k = \sqrt{1 + \frac{2.4 * 1.8}{1.2 * 1.2 * 5^2}} = 1.0583 \rightarrow \begin{cases} k\alpha H = 12.12 \\ kaz = 0.38z \end{cases}$$

حال با استفاده از اصل جمع آثار قوا<sup>۱</sup> سازه مورد نظر را تحت بارگذاری‌های مختلف به صورت جداگذاشت تحلیل الاستیک نمود و نتایج حاصل را با همدیگر جمع می‌کنیم.

1. Super position



### ۱-۳- سازه مورد نظر تحت بار متمرکز جانبی p

بر اساس رابطه ۱۶ و جایگذاری پارامترهای محاسبه شده در قسمت قبل، نیروی محوری در دیوارهای برشی به صورت کششی در دیوار سمت چپ و به صورت فشاری در دیوار سمت راست به صورت زیر است.

$$N(z) = 7035.09[(1 - 0.0312z) - 8.992 * 10^{-7} \sinh(12.12 - 0.38z)]$$

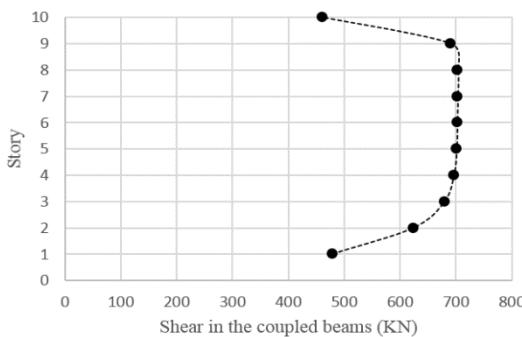
و بر اساس رابطه ۱۷، جریان برش در وسط تیرهای همبند برابر است با:

$$q(z) = 219.846[1 - 1.0898 * 10^{-5} \cosh(12.12 - 0.38z)]$$

و با استفاده از رابطه ۱۸، سهم نیروی برشی هر یک از تیرهای همبند به شرح زیر است.

$$v_i = \int_{z_i-h/2}^{z_i+h/2} q(z) dz \rightarrow 219.846 \int_{z_i-1.6}^{z_i+1.6} [1 - 1.0898 * 10^{-5} \cosh(12.12 - 0.38z)] dz$$

همان طور که مطابق شکل ۱۱ ملاحظه می‌شود، نیروی برشی ایجاد شده در تیرهای همبند طبقات ابتدایی و انتهایی بسیار کمتر از طبقات میانی می‌باشد. در واقع می‌توان چنین استدلال نمود که تیرهای همبند میانی تاثیرات به نسبت بهتری بر روی این سیستم می‌گذارند.



شکل ۱۱. نیروی برشی در تیرهای همبند سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه تحت اثر بار متمرکز و لنگر خمسی ایجاد شده در تیرهای همبند بر اساس رابطه ۱۹ برابر است با:

$$m_i = v_i * \frac{b}{2} = v_i * \frac{2}{2} = v_i$$

واحد لنگرهای ایجاد شده در تیرهای همبند بر حسب  $kN.m$  است.

با توجه به این که ابعاد دیوارهای برشی در این مثال هماندازه‌اند، بنابراین سختی هر دو دیوار با هم دیگر برابرند و معادله لنگر خمسی در هر یک از دیوارهای برشی بر اساس رابطه ۲۲ به صورت زیر است.

$$M_1(z) = M_2(z) = 19698.24[0.108(1 - 0.0312z) + 8.02 * 10^{-7} \sinh(12.12 - 0.38z)]$$

و همچنین به دلیل هماندازه بودن دیوارها، جمله اول رابطه ۲۳ صفر شده و معادله نیروی برشی در هر یک از دیوارها برابر است با:

$$V_1(z) = V_2(z) = 0 - \frac{0.9}{1.8} \frac{d}{dz} [p(H - z)] = \frac{p}{2} = 615.57 KN$$

### ۲-۳- سازه مورد نظر تحت اثر بار گسترده غیریکنواخت مثلثی وارونه به شدت q

بر اساس رابطه ۲۹ و جایگذاری پارامترهای محاسبه شده در قسمت قبل، نیروی محوری در دیوارهای برشی به صورت کششی در دیوار سمت چپ و به صورت فشاری در دیوار سمت راست به صورت زیر است.

$$N(z) = 84099.74[6.807 * 10^{-3} \sinh(12.12 - 0.38z) - 6.807 * 10^{-3} \cosh(12.12 - 0.38z)]$$

$$+ 0.5(1 - 0.0312z)^2 - 0.166(1 - 0.0312z)^3 + 2.127 * 10^{-4}z]$$

و بر اساس رابطه ۳۰، جریان برش در وسط تیرهای همبند برابر است با:

$$q(z) = 2628.116[0.0825 \cosh(12.12 - 0.38z) - 0.0825 \sinh(12.12 - 0.38z)]$$

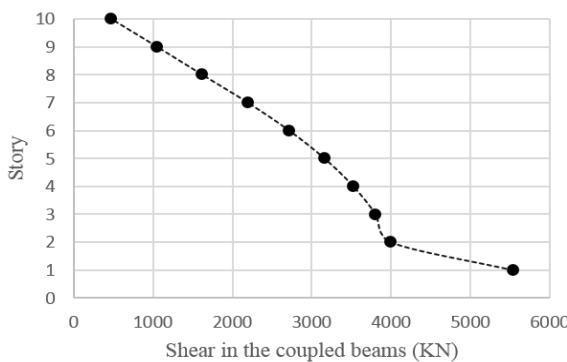
$$+(1 - 0.0312z) - 0.5(1 - 0.0312z)^2 - 6.807 * 10^{-3}]$$



و با استفاده از رابطه ۳۱، سهم نیروی برشی هر یک از تیرهای همبند به شرح زیر است.

$$v_i = \int_{z_i-h/2}^{z_i+h/2} q(z) dz \rightarrow 2628.116 \int_{z_i-1.6}^{z_i+1.6} [0.0825 \cosh(12.12 - 0.38z) - 0.0825 \sinh(12.12 - 0.38z) + (1 - 0.0312z) - 0.5(1 - 0.0312z)^2 - 6.807 * 10^{-3}] dz$$

همان طور که مطابق شکل ۱۲ ملاحظه می‌شود، نیروی برشی در تیرهای همبند طبقات ابتدایی بیشترین مقدار و در طبقات بالاتر با یک رنج کاهشی رو برو است. در واقع می‌توان چنین استدلال نمود که تیرهای همبند ابتدایی تاثیرات به نسبت بهتری بر روی این سیستم می‌گذارند.



شکل ۱۲. نیروی برشی در تیرهای همبند سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه تحت اثر بار گسترده غیریکنواخت مثلثی

با توجه به این که ابعاد دیوارهای برشی در این مثال هماندازه‌اند، بنابراین سختی هر دو دیوار با هم‌دیگر برابرند و معادله لنگر خمشی در هر یک از دیوارهای برشی بر اساس رابطه ۳۳ به صورت زیر است.

$$M_1(z) = M_2(z) = 39246.5[(1 - 0.0312z)^2(2 + 0.0312z) - 0.0364 \sinh(12.12 - 0.38z) + 0.0364 \cosh(12.12 - 0.38z) - 2.678(1 - 0.0312z)^2 + 0.889(1 - 0.0312z)^3 - 1.139 * 10^{-3}z]$$

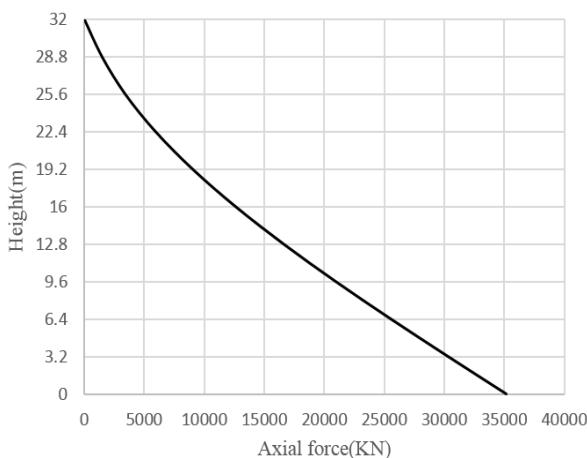
و همچنین به دلیل هماندازه بودن دیوارها، جمله اول رابطه ۲۳ صفر شده و معادله نیروی برشی در هر یک از دیوارها برابر است با:

$$V_1(z) = V_2(z) = 0 - \frac{0.9}{1.8} \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{6} q(H-z)^2 (2 + \frac{z}{H}) \right] = -38.326[0.0312(32-z)^2 - 2(32-z)(2 + 0.0312z)]$$

حال می‌توان نتایج حاصل از قسمت‌های ۱-۳ و ۲-۳ را بر اساس اصل جمع آثار قوا با هم‌دیگر جمع نمود. نتایج حاصل شده پس از ساده‌سازی به شرح زیر است.

- ۱) معادله نیروی محوری ایجاد شده به صورت کششی در دیوار سمت چپ و به صورت فشاری در دیوار سمت راست: همان طور که از روی شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، بیشترین نیروی محوری که معادل با  $\frac{35124}{4}$  کیلو نیوتن است در کف دیوارها ایجاد شده و سپس به صورت غیرخطی به صفر رسیده است.
- $$N(z) = 572.46 \sinh(12.12 - 0.38z) - 572.46 \cosh(12.12 - 0.38z) - 13960.556(1 - 0.0312z)^3 + 42049.87(1 - 0.0312z)^2 + 7035.09(1 - 0.0312z) + 17.888z$$

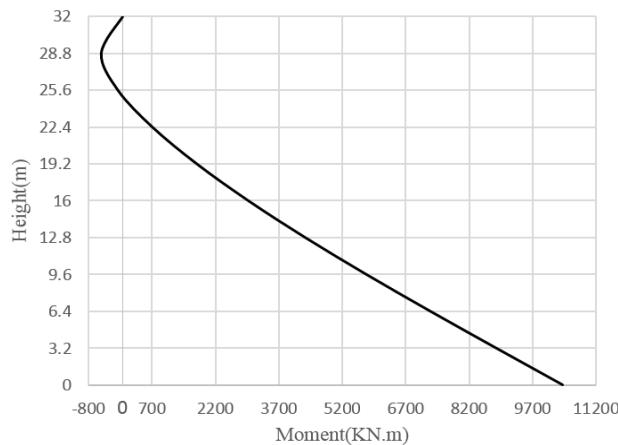




شکل ۱۳. نیروی محوری ایجاد شده به صورت کششی در دیوار سمت چپ و به صورت فشاری در دیوار سمت راست

(۲) معادله لنگر خمی ایجاد شده در هر یک از دیوارها: همان طور که از روی شکل ۱۴ مشاهده می‌شود، بیشترین لنگر خمی که معادل با  $10408/42$  کیلو نیوتون-متر است در کف دیوارها ایجاد شده و سپس به صورت غیرخطی به صفر رسیده است.

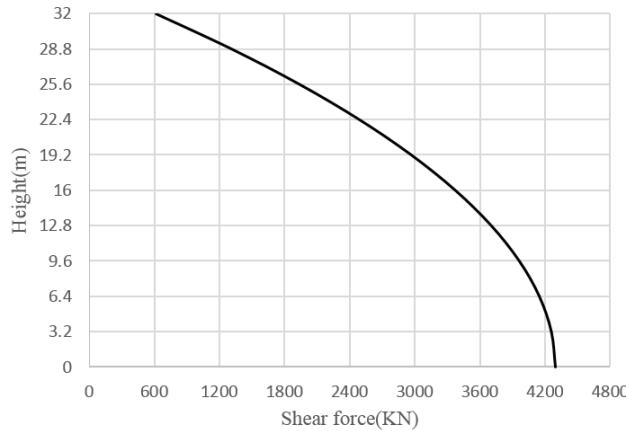
$$M(z) = -1428.556 \sinh(12.12 - 0.38z) + 1428.556 \cosh(12.12 - 0.38z) \\ + 39246.5(1 - 0.0312z)^2(2 + 0.0312z) + 34890.138(1 - 0.0312z)^3 \\ - 105102.127(1 - 0.0312z)^2 + 2127.409(1 - 0.0312z) - 44.701z$$



شکل ۱۴. لنگر خمی ایجاد شده در هر یک از دیوارها

(۳) معادله نیروی برشی ایجاد شده در هر یک از دیوارها: همان طور که از روی شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، بیشترین نیروی برشی که معادل با  $4294/73$  کیلو نیوتون است در کف دیوارها ایجاد شده و سپس به صورت غیرخطی به صفر رسیده است.

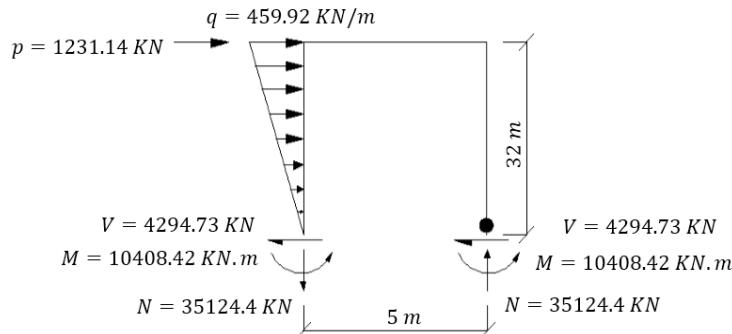
$$V(z) = 615.5 + 76.64(32 - z)(2 + 0.0312z) - 1.197(32 - z)^2$$



شکل ۱۵. نیروی برشی ایجاد شده در هر یک از دیوارها



حال با توجه به محاسبات انجام شده و مقادیر نیروها و لنگرهای خمی به دست آمده، باید کل سازه مطابق شکل ۱۶ در حال تعادل باشد.



شکل ۱۶. نیروهای خارجی و عکس العمل‌های تکیه‌گاهی در سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{459.92 * 32}{2} + 1231.14 = 4294.73 * 2 \Rightarrow ok$$

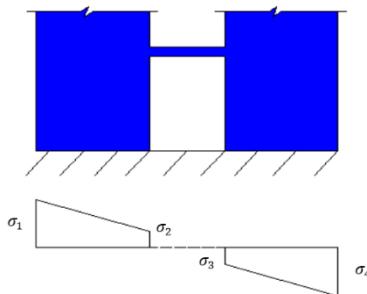
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 35124.4 = 35124.4 \Rightarrow ok$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -\frac{459.92 * 32}{2} \left( \frac{2}{3} * 32 \right) - 1231.14(32) + 35124.4(5) + 10408.42 * 2 = 0 \Rightarrow ok$$

با استناد به روابط تعادلی بالا و اطمینان از نتایج به دست آمده، می‌توان تنش‌های الاستیک ایجاد شده در پای هر یک از دیوارها را بر اساس روابط مقاومت مصالح محاسبه نمود.

$$\begin{cases} M = 10408.42 \text{ KN.m} \\ N = 35124.4 \text{ KN} \end{cases} \Rightarrow \sigma = \pm \frac{N}{A_1} \mp \frac{M \cdot C}{I_1} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = +0.446 * 10^5 \\ \sigma_2 = +0.119 * 10^5 \\ \sigma_3 = -0.119 * 10^5 \\ \sigma_4 = -0.446 * 10^5 \end{cases} \frac{kN}{m^2}$$

شکل ۱۷. تنش‌های ایجاد شده در پای هر یک از دیوارهای همبند را نشان می‌دهد.



شکل ۱۷. تنش‌های ایجاد شده در پای هر یک از دیوارهای همبند

بر اساس محاسبات‌های انجام گرفته، تنش‌های ناشی از بارگذاری خارجی در پای هر یک از دیوارهای همبند مشخص گردید. حال می‌توان بر اساس رابطه ۲۶ سختی الاستیک جانبی کل سیستم را به صورت زیر محاسبه نمود.

تغییر مکان حداکثر در انتهای دیوارهای برشی همبند بر حسب متغیر  $p$  برابر است با:

بنابراین با توجه به تعریف سختی و استفاده از رابطه  $f = k\delta$ ، سختی الاستیک جانبی کل این سیستم برابر می‌شود با:

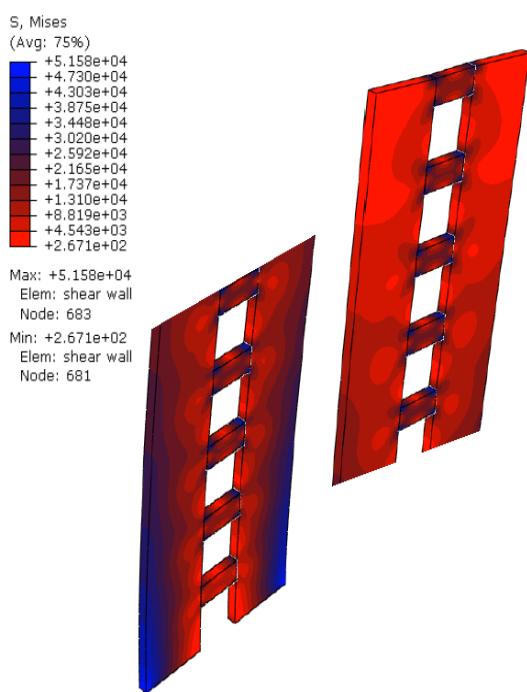
$$p = k(2.8266 * 10^{-5} p) \Rightarrow k = 35378.192 \frac{kN}{m}$$



#### ۴- مدل سازی سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه در نرم افزار آباکوس

در قسمت ۳ یک نمونه از دیوارهای برشی همبند تحت اثر بارهای وارد به طور کامل با روش محیط پیوسته تحلیل و تمامی نیروی های ایجاد شده در این سیستم محاسبه گردید. حال سازه بررسی شده در قسمت ۳ را دقیقاً با همان شرایط در نرم افزار آباکوس مدل سازی و نتایج حاصل از این دو روش را با هم دیگر مقایسه و صحبت سنجی می کنیم. برای مدل سازی این سیستم در نرم افزار آباکوس از المان های هشت گرهی حجم<sup>۱</sup> استفاده شده و حل گر مورد استفاده از نوع استاتیک جنرال<sup>۲</sup> است.<sup>[۷]</sup>

در شکل ۱۸ کانتور تنش فون مایسز<sup>۳</sup> سازه مورد نظر نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۱۸ واضح است، حداکثر تنش ایجاد شده در پای هر یک از دیوارها برابر با  $5158 \times 10^5$  کیلو نیوتون در متر مربع می باشد و تنها ۱۵/۶۵٪ با روش محیط پیوسته اختلاف دارد. همچنین سختی الاستیک جانبی کل سیستم که از نرم افزار آباکوس حاصل می شود برابر با  $31195/2$  کیلو نیوتون بر متر می باشد و تنها ۱۳/۴٪ از روش محیط پیوسته کمتر است. بنابراین با استناد به نتایج پیش رو، روش محیط پیوسته توانایی قابل قبولی در تحلیل سیستم دیوارهای برشی همبند دارد.



شکل ۱۸. کانتور تنش فون مایسز در سیستم دیوارهای برشی همبند ۱۰ طبقه

#### ۵- محاسبه و بررسی گردش نیروها در سیستم دیوارهای برشی مجذب ۱۰ طبقه

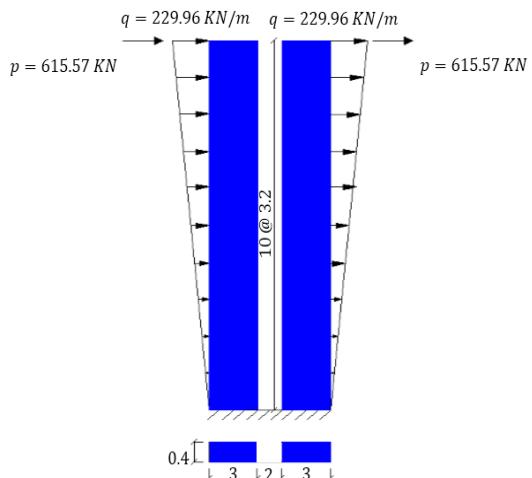
در قسمت های ۳ و ۴ گردش نیروها و سختی الاستیک جانبی سیستم دیوارهای برشی همبند به طور کامل به کمک روش محیط پیوسته و نرم افزار آباکوس مورد بررسی قرار گرفت. اکنون می خواهیم این دیوارها را دقیقاً با همان مشخصات و بارگذاری به صورت مجذب تحلیل نماییم و توانایی دیوارهای برشی همبند را نسبت به مجذب بررسی کنیم. بنابراین مطابق شکل ۱۹ می توان هر یک از دیوارهای برشی مجذب را همانند یک تیر طره و با استفاده از معالات تعادل استاتیکی تحلیل نمود. همان طور که مشاهده می شود نیروهای وارد به صورت عملکرد موازی بین دیوارها توزیع شده است.

1. Solid(C3D8R)

2. Static-General

3. Von.Mises





شکل ۱۹. سیستم دیوارهای برشی مجرا ۱۰ طبقه

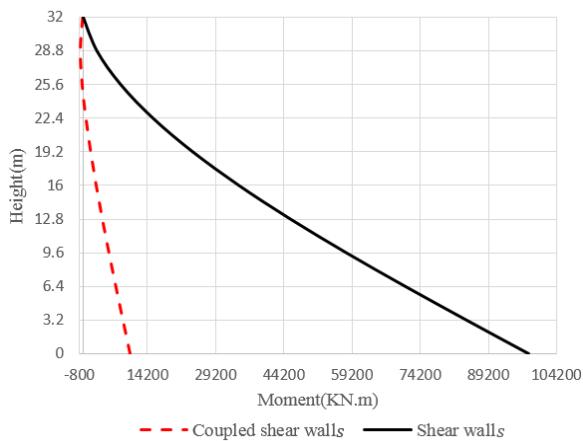
معادله نیروی برشی و لنگر خمشی در هر یک از دیوارهای برشی مجرا بر اساس معادلات تعادل به صورت زیر است.

$$V(z) = -3.591z^2 + 4294.73$$

$$M(z) = -1.197z^3 + 4294.93z - 98112.76$$

بر اساس معادله نیروی برشی ارائه شده، برش ایجاد شده در هر یک از دیوارهای مجرا هیچ تغییری نسبت به دیوارهای همبند ندارد و این موضوع کاملاً مورد انتظار است. در واقع اگر هر سیستم سازه‌ای با هر مشخصاتی در برابر یک نیروی جانبی ثابت قرار بگیرد، برش ایجاد شده در اعضاء سازه هیچ تغییری نمی‌کند و باید تعادل نیروها در راستای اعمال نیروی جانبی برقرار باشد و تنها شرط برقراری این تعادل، ثابت ماندن نیروهای برشی در اعضاء سازه است.

حال مقادیر لنگر خمشی حاصل از دو سیستم دیوارهای برشی همبند و مجرا در شکل ۲۰ ارائه شده است.



شکل ۲۰. لنگر خمشی ایجاد شده در هر یک از دیوارهای برشی همبند و مجرا

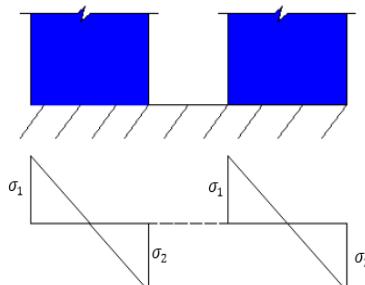
همان طور که از شکل ۲۰ مشخص است با همبند کردن دیوارهای برشی، لنگر خمشی در هر یک از دیوارها به شدت کاهش پیدا می‌کند و در واقع رفتار این دیوارها از حالت خمشی به سمت برشی می‌یابد. البته این کاهش لنگر خمشی با نیروی محوری قابل ملاحظه‌ای در دیوارها که ناشی از نیروی برشی تیرهای همبند می‌باشد همراه است. بنابراین برای واضح‌تر شدن موضوع، تنش‌های الاستیک ایجاد شده در پای هر یک از دیوارهای مجرا برابر است با:

$$\begin{cases} M = 98112.76 \text{ KN.m} \\ N = 0 \end{cases} \rightarrow \sigma = \pm \frac{N}{A_1} + \frac{M \cdot C}{I_1} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = +1.635 * 10^5 \text{ KN} \\ \sigma_2 = -1.635 * 10^5 \text{ KN} \end{cases}$$



در محاسبات فوق فرض بر این است که دیوارهای برشی مجزا هیچ اندکنشی نسبت به همدیگر ندارند و بنابراین نیروی محوری در این دیوارها صفر می‌باشد. در واقعیت مسئله دیوارهای برشی مجزا توسط دیافراگم به همدیگر متصل می‌شوند و این موضوع باعث به وجود آمدن نیروهای محوری بسیار کوچک در دیوارها می‌شود که می‌توان از آنها صرف نظر نمود.

در شکل‌های ۲۱ و ۲۲ تنש‌های ایجاد شده در پای هر یک از دیوارهای مجزا و کانتور تنش فون‌مایسز مربوط به آن نشان داده شده است.



شکل ۲۱. تنش‌های ایجاد شده در پای هر یک از دیوارهای برشی مجزا

با توجه به روابط مقاومت مصالح و با در نظر گرفتن اثر تغییر شکل‌های خمشی و برشی، می‌توان سختی الاستیک جانبی هر یک از دیوارهای برشی جزا را بر اساس رابطه ۳۵ محاسبه نمود [۸].

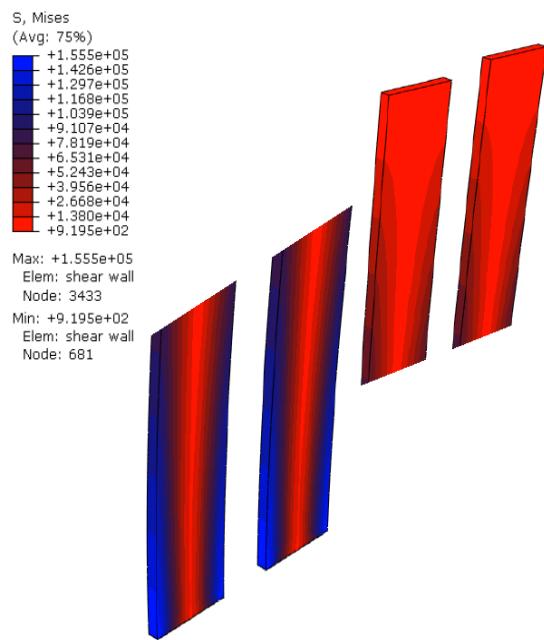
$$K_w = \left[ \frac{1}{\frac{H^3}{3EI_1} + \frac{5}{6}GA_1} \right] \quad (35)$$

در رابطه فوق  $E$ ,  $A_1$ ,  $I_1$ ,  $G$  به ترتیب بیانگر ارتفاع کل دیوارها، ممان اینرسی هر یک از دیوارها حول محور خمش، سطح مقطع هر یک از دیوارها، مدول الاستیسیته و مدول برشی مصالح به کار رفته می‌باشد.

برای محاسبه سختی الاستیک کل دیوارهای برشی مجزا کافی است بر اساس رابطه ۳۵، سختی هر یک از دیوارها را محاسبه نموده و سپس بر اساس عملکرد موازی فنرها با همدیگر جمع کنیم.

همان طور که در شکل ۲۲ واضح است، حداکثر تنش ایجاد شده در پای هر یک از دیوارها برابر با  $10^{.85} * 1/555$  کیلو نیوتون در متر مربع می‌باشد و تنها  $5/14\%$  با روابط مقاومت مصالح اختلاف دارد. همچنین سختی الاستیک جانبی کل سیستم که از نرم‌افزار آباکوس حاصل می‌شود برابر با  $4328/21$  کیلو نیوتون بر متر می‌باشد که تنها  $0/32\%$  از رابطه ۳۵ کمتر است.





شکل ۲۲. کانتور تنش فون‌مایسز در سیستم دیوارهای برشی مجزا ۱۰ طبقه

## ۶- نتیجه‌گیری

بر اساس محاسبات‌های انجام شده در قسمت‌های قبل، تمامی پارامترهای مهم حاصل از سیستم دیوارهای برشی همبند و مجزا به صورت خلاصه در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱. مقایسه نتایج حاصل از تحلیل الاستیک دیوارهای برشی همبند و مجزا

تغییرات	دیوارهای برشی همبند	دیوارهای برشی مجزا	سیستم پارامتر
بدون تغییر	۴۲۹۴/۷۳	۴۲۹۴/۷۳	نیروی برشی ایجاد شده در پای هر یک از دیوارها ( $KN$ )
۹/۴۲۶ برابر کاهش	۱۰۴۰۸/۴۲	۹۸۱۱۲/۷۶	لنگر خمی ایجاد شده در پای هر یک از دیوارها ( $KN.m$ )
-	۳۵۱۲۴/۴	.	نیروی محوری ایجاد شده در پای هر یک از دیوارها ( $KN$ )
۳/۶۶۵ برابر کاهش	۴۴۶۰۰	۱۶۳۵۰۰	حداکثر تنش ایجاد شده در پای هر یک از دیوارها ( $\frac{KN}{m^2}$ )
۸/۱۴۷ برابر افزایش	۳۵۳۷۸/۱۹۲	۴۳۴۲/۳۷	سختی الاستیک جانبی کل سیستم ( $\frac{KN}{m}$ )



همان طور که از جدول فوق کاملاً مشخص است، با همبند شدن دیوارهای برشی مجزا سختی الاستیک جانبی سیستم ۸/۱۴۷ برابر افزایش یافته و مناسب با این موضوع حداکثر تنش ایجاد شده در پای هر یک از دیوارهای برشی ۳/۶۵ برابر کاهش یافته است. با همبند شدن دیوارهای برشی، تغییر مکان‌های نسبی بین طبقه‌ای این سازه کنترل شده می‌شود و در نتیجه با توجه به سختی قابل توجه تیرهای همبند رفتار دیوارهای برشی مجزا از خمی به سمت برشی میل می‌یابد.

## مراجع

- [1] El.Tawil, S. Kuenzli, C. M. and M. Hassan, "Pushover of Hybrid Coupled Walls. I: Design and Modelling", Journal of Structural Engineering, 128(2002) PP 1272-1281.
- [2] T. Paulay, "The Displacement Capacity of Reinforced Concrete Coupled Walls", Journal of Structures Engineering, 24(2002) PP 1165-1175.
- [3] A. A. Eljadei, K. A. Harries, "Design of coupled wall structures as evolving structural systems" Engineering Structures, 73(2014) PP 100-113.
- [4] D. J. Borello, L. A. Fahnestock, "Behavior and mechanisms of steel plate shear walls with Coupling" Journal of Constructional Steel Research, 74(2012) PP 8-16.
- [5] D. J. Borello, L. A. Fahnestock, "Seismic Design and Analysis of Steel Plate Shear Walls with Coupling" Journal of Structural Engineering". 139(2013) PP 1263-1273.
- [6] B. Stafford Smith, A. Coull, "Tall Building Structures (Analysis and Design)", Ferdowsi University (1991).
- [7] ABAQUS, ABAQUS/standard, Version 6.11, ABAQUS, Inc, Pawtucket, R.I, (2012).
- [8] Ego. P. Popo, "Mechanics of Materials", Berkeley University (1913).



---

Research Paper

---

## Evaluation of the elastic behavior of coupled shear walls

Mahdi salemi<sup>1</sup>, Mohammad Gholami<sup>2</sup>

---

**ARTICLE INFO****Article history**

Received 18 May 2019

Accepted 24 July 2019

**Key words:**

Elastic behavior

ABAQUS

Continuous method

Coupled shear walls

---

**ABSTRACT**

According to researches and experiments conducted by researchers, it is accepted that shear walls have significant structural parameters such as lateral stiffness, shear capacity and energy absorption. These walls are known for their shear force due to the shear force absorption, while flexural deformations occur, and stresses from the bending anchor at their feet are remarkable. Now, if we connect two adjacent and separate shear walls together with very difficult towed beams, the strength and behavioral properties of these walls will change greatly. So, to clarify this, at the beginning of the present study, the relationships between the elastic analysis of the system are reviewed in a continuous method. In the next study, a 10-story coupled shear wall system is compared with the results of ABAQUS software based on the continuous method of elastic analysis. According to studies, the lateral displacement in the system of the coupled shear walls is increased and the lateral stiffness decreases. Also, the bending anchor in the shear walls is sharply reduced relative to the uncoupled shear walls, but the shear force does not change in each of the walls, but very large shear force are formed in the coupled beams, which are Axial force is transmitted to the walls. In general, the presence of coupled beams in the system of uncoupled shear walls significantly reduces the stress at the foot of the walls and makes the lateral deformations in the walls to be flexed to the shear.

---

© 2019 Lorestan University. All rights reserved.

---

Corresponding author: Mahdi salemi  
E-mail addresses:mahdisal69@gmail.com

